

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
МЕЖДУНАРОДНЫХ ОТНОШЕНИЙ  
(УНИВЕРСИТЕТ)  
МИД РОССИИ»**

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
МГИМО МИД РОССИИ  
ПО МАТЕМАТИКЕ**

(для лиц, имеющих право сдавать экзамены  
в традиционной форме)

Москва

2020

## ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Программа вступительного испытания по математике разработана для абитуриентов, имеющих право сдавать экзамены в традиционной форме. Программа по математике составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и выполняет две основные функции:

**Информационно-методическая** функция позволяет всем участникам образовательного процесса получить представление о целях, содержании, общей стратегии обучения, воспитания и развития учащихся средствами данного учебного предмета.

**Организационно-планирующая** функция предусматривает выделение этапов обучения, структурирование учебного материала, определение его качественных характеристик на каждом из этапов.

### Общая характеристика учебного предмета

При изучении курса математики на базовом уровне продолжают и получают развитие содержательные линии: **«Алгебра», «Функции», «Уравнения и неравенства», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей, статистики и логики»**, вводится линия **«Начала математического анализа»**. В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры, расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;

расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;

изучение свойств пространственных тел, формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;

развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития

логического мышления;

знакомство с основными идеями и методами математического анализа.

### Цели

Изучение математики в старшей школе направлено на достижение следующих целей:

- формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;
- воспитание средствами математики культуры личности: отношения к математике как части общечеловеческой культуры: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимания значимости математики для общественного прогресса.

### Общеучебные умения, навыки и способы деятельности

В ходе освоения содержания математического образования учащиеся овладевают разнообразными способами деятельности, приобретают и совершенствуют опыт:

построения и исследования математических моделей для описания и решения прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

выполнения и самостоятельного составления алгоритмических предписаний и инструкций на математическом материале; выполнения расчетов практического характера; использования математических формул и самостоятельного составления формул на основе обобщения частных случаев и эксперимента;

самостоятельной работы с источниками информации, обобщения и систематизации полученной информации, интегрирования ее в личный опыт;

проведения доказательных рассуждений, логического обоснования выводов, различения доказанных и недоказанных утверждений,

аргументированных и эмоционально убедительных суждений;

самостоятельной и коллективной деятельности, включения своих результатов в результаты работы группы, соотнесение своего мнения с мнением других участников учебного коллектива и мнением авторитетных источников.

### Результаты обучения

Результаты обучения представлены в Требованиях к уровню подготовки и задают систему итоговых результатов обучения, которых должны достигать все учащиеся, оканчивающие основную школу, и достижение которых является обязательным условием положительной аттестации ученика за курс основной школы. Эти требования структурированы по трем компонентам: *«знать/понимать»*, *«уметь»*, *«использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни»*. При этом последние две компоненты представлены отдельно по каждому из разделов, содержания.

Очерченные стандартом рамки содержания и требований ориентированы на развитие учащихся и не должны препятствовать достижению более высоких уровней.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ

### АЛГЕБРА

Корни и степени. Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования.

Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения.

Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

## ФУНКЦИИ

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

## НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

## УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Решение рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

## ГЕОМЕТРИЯ

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире.

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения.

Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

## ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ

### *В результате изучения математики ученик должен*

знать/понимать

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

### АЛГЕБРА

уметь

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
  - проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
  - вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

## ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

уметь

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
  - строить графики изученных функций;
  - описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
  - решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

## НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

уметь

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
  - исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
  - вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических на наибольшие и наименьшие значения;

## УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

уметь

- решать рациональные, простейшие иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы;
- составлять уравнения и неравенства по условию задачи;

- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
  - изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- построения и исследования простейших математических моделей;

## ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

уметь

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
  - вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
  - анализа информации статистического характера;

## ГЕОМЕТРИЯ

уметь

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

## ТРЕБОВАНИЯ ПРИ СДАЧЕ ЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Вступительный экзамен по математике проводится в следующем формате.

Продолжительность экзамена по математике - четыре астрономических часа (240 минут).

Абитуриентам будет предложено 16 заданий, которые разбиты на 2 части. Первая часть содержит восемь заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Вторая часть содержит пять заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и три задания с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Все задачи строго соответствуют примерной программе по математике для поступающих в российские высшие учебные заведения в 2016 году.

Примерные варианты заданий первой части вступительного испытания по математике:

1. Шариковая ручка стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 500 рублей после повышения цены на 20%?

2. Упростите выражение  $\frac{ab}{a + b} \left( \frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$  и найдите его значение при  $a = \sqrt{3} - 1$ ,  $b = \sqrt{3} + 1$ .

3. Какова вероятность того, что при трех подбрасываниях симметричной монеты герб выпадет ровно два раза? <sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Найти значение выражения  $\log_{25} 5$ .

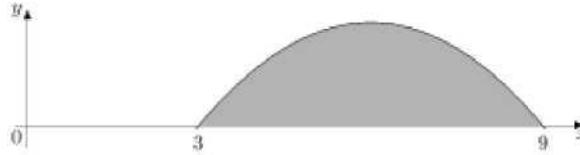
5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{3}{5}$ ,  $AC = 2\sqrt{55}$ . Найдите  $AB$ .

6. Найдите корень уравнения  $\sqrt{3x+9} = 8$ .

7. Дана арифметическая прогрессия:  $-2,9; -2,6; \dots$  Укажите наименьший по абсолютной величине член арифметической прогрессии.

8. На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$ .

Функция  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x$  — одна из первообразных функции



15 5 5 10  
 $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.

Примерные варианты заданий второй части вступительного испытания по математике:

1. Дано:  $\cos f = 0.8$  и  $\frac{3\pi}{4} < P < 2\pi$ . Найдите  $\sin f$ .

2. От пристани  $A$  к пристани  $B$  отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Расстояние между пристанями равно 182 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт  $B$  оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

3. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{2014}{x} + 4$  на отрезке

$$\left[ \frac{5\pi}{2}; 0 \right).$$

2 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $A = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло

1,4 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

5. Решите неравенство

$$\log_{a^2+2016} \left( \frac{3^1 - 5}{a^1+2016} \right) \log_{12} \left( \frac{1}{a^2+2016} \right) > 8$$

6. Решите уравнение

$$(2\sin^2 x - 7\sin x + 3)\log_{14}(-\cos x) = 0.$$

7. Сколько целых чисел содержится в множестве значений функции

$$y = 2\cos^2 x + \cos x - 2$$

8. При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$25^{x+a^5} - (5a + 2) \cdot 10^x + a \cdot 4^x = 0$$

имеет ровно два различных корня?

Уровень сложности двух групп предлагаемых задач соответствует уровням сложности задач, относящихся к части 1, 2 единого государственного экзамена, и для подготовки к вступительному экзамену по математике можно использовать многочисленные пособия по сдаче ЕГЭ.

На экзамене не разрешается использование калькуляторов и других электронных приборов. Это не поставит экзаменуемых в особенно трудное положение, так как правильные решения задач не потребуют слишком сложных вычислений.